MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2024

Clasa a X–a – Secțiunea H2 – Profil real, specializarea științe ale naturii

1. feladat

a) Igazold, hogy $2\sqrt{n+1}-2\sqrt{n}<\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}-2\sqrt{n-1}$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$esetén.

b) Számold ki az $A=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2025}}$ szám egész részét.

2. feladat

a) Old meg az $\mathbb{R}\ x\ \mathbb{R}$ halmazán az $\begin{cases} 3^x-\frac{1}{y^2}=25 \\ \log_9 x-\log_2 y=1 \end{cases}$ egyenletrendszert.

b) Legyen M azon komplex számok halmaza, amelyek teljesítik a következő tulajdonságokat:

(1) $i \in M$.

(2) $x \in M \cap \mathbb{R} \Rightarrow (cos\,2\,x + i \cdot sin\,2\,x) \in M$.

(3) $(cos\,x + i \cdot sin\,x) \in M \Rightarrow x \in M$.

Igazold, hogy $\{-1,0,1\} \subset M$.

3. feladat

a) Legyen A, B, C három pont, melyeknek az affixumai $z_A=1+i$, $z_B=-1+2i$ $z_C=-1-3i$ és egy $M\in(BC)$ pont úgy, hogy $\frac{BM}{MC}=4$. Számold ki az M pont affixumát és igazold, hogy:
$AB^2\cdot MC^2+AC^2\cdot MB^2=AM^2\cdot BC^2$.

b) Legyen $z_1,\ z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ úgy, hogy $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ és $z_1+z_2+z_3=1$. Számold ki az $\frac{1}{z_1^{1011}}+\frac{1}{z_2^{1011}}+\frac{1}{z_3^{1011}}$ értékét.

4. feladat

Emilia választ egy a természetes számot tudva, hogy majd Alin véletlenszerűen választ egy x szigorúan pozitív valós számot. Ha $A=10-2\log_2 x$ vagy $B=\log_2(16x)$ legalább a-val egyenlő, akkor Alin egy 3^a RON értékű ajándékkal lepi meg Emiliát. Milyen számot válasszon Emilia annak érdekében, hogy a legértékesebb ajándékot kapja, és mi ennek az ajándéknak az értéke?

Notă:
Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.