



# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘIETAPA JUDEȚEANĂ  
10 martie 2024FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## Secțiunea H1 – Filieră tehnologică X. Osztály

### 1. Feladat

Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a)  $6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$  .

b)  $\frac{\log_2 x}{\log_4(2x)} = \frac{\log_8(4x)}{\log_{16}(8x)}$  .

c)  $\sqrt{\frac{5x-1}{x-1}} + \sqrt{\frac{x-1}{5x-1}} = \frac{10}{3}$  .

### 2. Feladat

- a) Legyen  $z = (3 + 5i)^{4n} + (5 + 3i)^{4n}$ , ahol  $i$  az imaginárius egység és  $n \in \mathbb{N}$ . Igazold, hogy bármely  $n$  természetes szám esetén,  $z$  egy valós szám!
- b) Adottak a  $z_1, z_2$  și  $z_3$  komplex számok, amelyekre teljesülnek a  $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$ ,  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$  és  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$  összefüggések. Igazold, hogy  $|z_1 + z_2 + z_3| = 2$ .

### 3. Feladat

- a) Igazold, hogy  $(\lg 5)^3 + (\lg 20)^3 + (\lg 8) \cdot (\lg 0,25) = 2$  .
- b) Ha  $a, b \in (0,1)$ , bizonyítsd be, hogy  $\log_a \left( \frac{2ab}{a+b} \right) + \log_b \left( \frac{2ab}{a+b} \right) \geq 2$  .
- c) Oldd meg a valós számok halmazán a  $\lg(4^{x-2} + 9) + \lg 2 \leq \lg(2^{x-2} + 1) + 1$  egyenlőtlenséget!

### 4. Feladat

- a) Egy projektcsapat 3 tanárból és 5 diákból áll. Hányféleképpen alakítható ki egy 5 tagú küldöttség úgy, hogy az legalább 3 tanulóból álljon?
- b) Egy autó 90 km/h sebességgel halad egy lefelé vezető úton, 72 km/h sebességgel halad egy síkterületen és 60 km/h sebességgel halad egy felfelé vezető úton. Ilyen körülmények között az autó a Jászvásár és Brassó közötti útvonalat 5 óra alatt, míg a Brassó és Jászvásár közötti útvonalat 4 óra alatt tette meg. Határozd meg a Jászvásár és Brassó közötti távolságot!

### Megjegyzés:

Munkaidő 3 óra;

Minden feladat kötelező;

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.