



MINISTERUL EDUCAȚIEI



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL  
DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ  
10 martie 2024

FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Secțiunea H1 – Filieră tehnologică  
XII. Osztlály

### 1. Feladat

Az  $M = [1, \infty)$  halmazon értelmezzük az  $x * y = \log_3(3^{x+y} - 3^{x+1} - 3^{y+1} + 12)$ , asszociatív műveletet.

a) Igazold, hogy  $x * y = \log_3((3^x - 3)(3^y - 3) + 3)$  bármely  $x, y \in M$ .

b) Oldd meg az  $M$  halmazon az  $\underbrace{x * x * \dots * x}_{11 - \text{szer } x} = x$  egyenletet!

c) Felírjuk egy táblára a  $\frac{\sqrt{50}}{4}, \frac{\sqrt{49}}{4}, \frac{\sqrt{48}}{4}, \dots, \frac{\sqrt{16}}{4}$  számokat. Letörölünk két  $a$  és  $b$  számot és helyettük felírjuk az  $a * b$  számot. Ezt az eljárást addig folytatjuk, amíg a táblán csak egy szám marad. Melyik ez a szám?

### 2. Feladat

Adott az  $f = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1 \in \mathbb{R}[X], n \in \mathbb{N}^*$  polinom.

a) Határozd meg az  $f$  polinomnak a  $g = (X-1)^2$  polinommal való osztási hányadosát és maradékát!

b) Adott a  $g: [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{\tilde{f}(x)}{(x-1)^2}$  függvény, ahol  $\tilde{f}(x)$  az  $f$  polinomhoz rendelt függvény.

Határozd meg a  $g$  függvénynek azt a primitív függvényét, amelynek grafikonja tartalmazza az  $M(2, 2^{n+1})$  pontot!

### 3. Feladat

Adottak az  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{2\sin x + 3\cos x} dx$  és  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2\sin x + 3\cos x} dx$  integrálok.

a) Igazold, hogy  $2I + 3J = \frac{\pi}{2}$ .

b) Számítsd ki a  $J$  integrál értékét!

c) Igazold, hogy  $I \leq \frac{\pi}{4}$ .

### 4. Feladat

Egy orvostechikai eszköz teljes beszerzési és karbantartási költségét  $x$  évre ( $x > 1$ ), RON-ban kifejezve, a  $C(x) = 4000(30 + \int_0^x t \cdot 3^t dt)$  függvény modellezi.

a) Számítsd ki az eszköz négyéves használatának teljes költségét ( $\ln 3$  értékét tekintsd 1-nek)!

b) Az eszköz hány évnyi használata után lesz az elköltött összeg  $4000(729x - 698)$ ?

#### Megjegyzés:

Munkaidő 3 óra;

Minden feladat kötelező;

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.