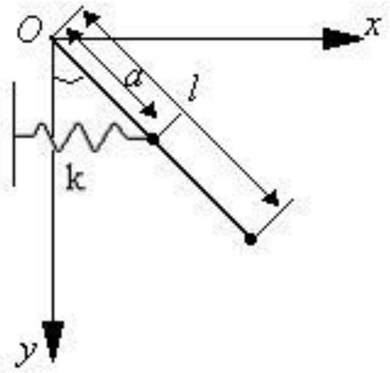
I. Tétel **(10 pont)**

Egy oszcillátor egy rugóból és egy matematikai ingából áll, melyeket a mellékelt rajz szerint kapcsolnak össze. Az l= 1,00 m hosszúságú rúd egyik vége az O pontban egy csuklószerkezethez kapcsolódik, a másik végéhez $m = 0{,}10$ kg tömegű testet rögzítünk. A rúd végétől $a = l/2$távolságra a $k = 10\ \mathrm{N/m}$ állandójú rugó szabad végét erősítjük. A rugó feszültségmentes a rúd függőleges helyzetében. A gravitációs gyorsulás $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Az így létrehozott oszcillátor csillapított rezgést végez a légellenállás miatt. A légellenállási erőt az $\vec{F}_r = -b\vec{v}$ összefüggés adja meg, ahol $b$egy légellenállási állandó míg v a test sebessége. Egy speciális eszköz rögzíti a rezgőmozgás Ox tengely menti amplitúdójának értékét különböző időpillanatokban. Kezdeti pillanatban az oszcillátor sebessége nulla. A mért értékeket az alábbi táblázat tartalmazza.



A/cm	10	5,8	3,4	2,0
t/s	0	0,539	1,078	1,616

a) A táblázatban megadott adatok segítségével ábrázoljátok grafikusan a rezgés amplitúdóját az idő függvényében és számítsátok ki a csillapítási tényezőt;

b) Határozzátok meg az oszcillátor dinamikus egyenletének kifejezését és a mozgásegyenletét, és ezután számítsátok ki az oszcillátor rezgésfrekvenciáját;

c) Határozzátok meg a légellenállási erő értékét a $t = \frac{3T}{5}$ időpillanatban;

d) Számítsátok ki a légellenállási erő középértékét $t = 0$ é és $t = \frac{T}{4}$ időpillanatok közötti időintervallumra.

II. Tétel (10 pont)

A. Kvantált harmonikus oszcillátor (2 pont)

Az egydimenziós harmonikus oszcillátor körfrekvenciája ω és tömege m. Felhasználva a kvantumfeltételt, mely szerint a mikrorészecskéhez csatolt hullám a pálya mentén állóhullámot kell létrehozzon (matematikailag $2\int_{-A}^{A}\frac{dx}{\lambda}=n$, ahol n nullától különböző természetes szám, dx az elemi elmozdulás a pálya mentén, míg λ a csatolt hullám hullámhossza), mutassuk ki, hogy a mikrorészecske energiája és amplitúdója kvantált mennyiségek, és fejezzétek ki ezek lehetséges értékeit az ω, m és a redukált Planck állandó $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ függvényében.

B. Interferenciák (7 pont)

Egy interferencia berendezés két azonos, $n=1,5$ törésmutatójú üvegből készült,háromszög alapú optikai prizmából áll. A két prizma főmetszete egy derékszögű háromszög, és törőszögeik $\boldsymbol{\beta \ll 1}$ **rad,** a törőszög melletti befogó a, és a törőszöggel szembeni befogók mentén érintkezésbe hozzuk őket (Fresnel-féle kettős prizma). A rendszer szimmetriatengelyével párhuzamos, a levegőben $\lambda=700\ \mathrm{nm}$ hullámhosszal rendelkező monokromatikus fénynyaláb merőlegesen esik be a prizmák felületére (az a hosszúságú oldalakra). Az interferenciacsíkokat a berendezés szimmetriatengelyére merőlegesen elhelyezett ernyőn figyeljük meg. Az ernyő elmozdításával, az interferenciacsíkok a berendezéstől maximum $D=10\ \mathrm{m}$ távolságig figyelhetők meg, és a sávköz értéke mindvégig $i=1\ \mathrm{mm}$ állandó értéken marad;

a) Mutassátok ki, hogy a fénynyaláb egy fénysugarának eltérítési szöge a berendezés egyik prizmáján történő áthaladása során $\delta \simeq (n-1)\beta$;

b) Határozzátok meg a prizmák β törőszögét a kettős prizma $2a$ szélességét, valamint az ernyőn megfigyelhető fényes sávok számának maximális értékét;

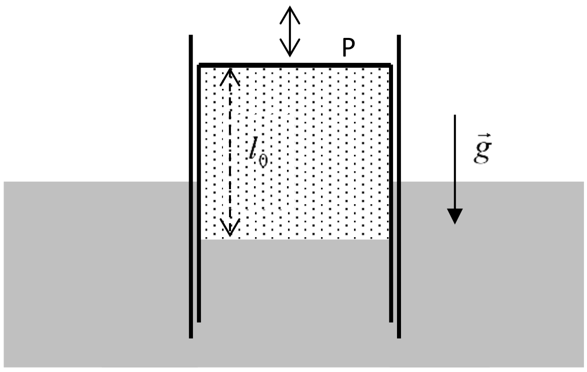
c) A berendezés felületére merőlegesen, a rendszer szimmetriatengelyével párhuzamosan egy olyan fénynyaláb esik amelyik két $\lambda_1=462\ \mathrm{nm}$ és $\lambda_2=756\ \mathrm{nm}$ hullámhosszú monokromatikus sugárzásból áll, melyekre a prizmák anyagának törésmutatója $n_1=1,55$, valamint $n_2=1,54$. Határozzátok meg az ernyőn megfigyelhető különálló, monokromatikus fényes sávok maximális számát.

III. Tétel (10 pont)

Klasszikus és relativisztikus harmonikus rezgések

A. Pohár függőleges megvezető csőben (2 pont)

Egy henger alakú, függőleges, m tömegű, vékony falú P pohár szájával lefele egyensúlyban úszik egy nagyon széles, vizet tartalmazó edénybe helyezett függőleges cső belsejében amint az 1. ábrán látható. A pohárban található levegőoszlop magassága l_0.

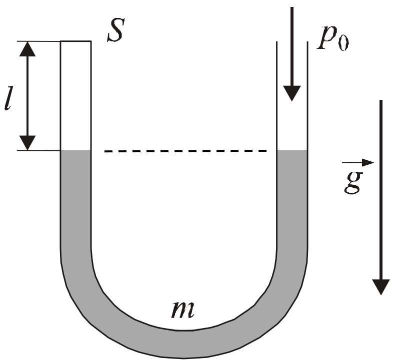


1. *ábra*

a) *Határozzátok meg* a pohár kis, függőleges rezgéseinek periódusát melyet a függőleges megvezető cső belsejében a függőleges helyzetű pohár végez miközben a T_0 hőmérséklete állandó marad. Ismerjük a g gravitációs gyorsulást. Elhanyagoljuk a felületi feszültséget és minden súrlódást. Ismerjük hogy $\left(1-\frac{y}{l_0}\right)^{-1} \approx 1+\frac{y}{l_0}$, ha $y << l_0$, ahol y a pohár rezgésének kitérése.

B. Rezgő vízoszlop (2 pont)

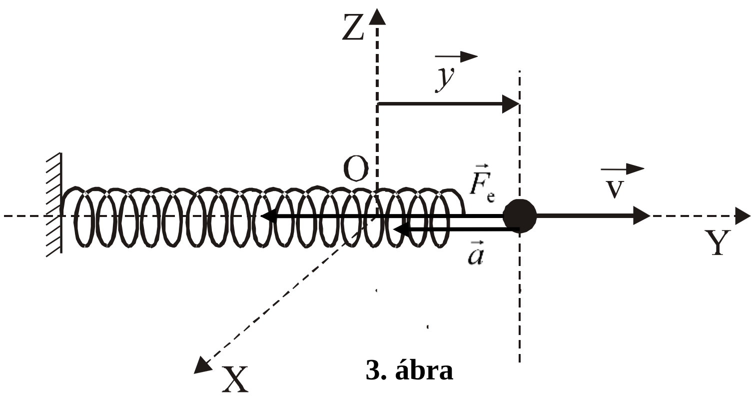
b) *Határozzátok meg* a 2. ábrán látható függőleges csőben található higanyoszlop kis rezgéseinek periódusát, feltételezve, hogy a rajzon feltüntetett egyensúlyi helyzetben a cső zárt részében található levegőoszlop hossza l. *Ismertek*: S – a cső keresztmetszetének területe; p_0 – a külső légköri nyomás; ρ – a higany sűrűsége; m – a csőben található teljes higanyoszlop tömege; g – gravitációs gyorsulás. *Feltételezzük*, hogy a rezgések teljes ideje alatt a csőben található levegő hőmérséklete állandó marad.



2. ábra

C. Relativisztikus rugalmas harmonikus oszcillátor (5 pont)

Az m_0 tömegű anyagi pontot egy egyenes, vízszintes k állandójú rugó végéhez erősítjük. A test a SRL-laboratóriumhoz kötött vonatkoztatási rendszerben található OY tengely mentén harmonikus relativisztikus rezgéseket végez amint a 3. ábrán látható. Tudjuk, hogy a relativisztikus esetben is, amikor a rugóban fellépő $\vec{F}_e$ rugalmas erő, az $\vec{y}$ kitérés, a $\vec{v}$ sebesség és az $\vec{a}$ gyorsulás



3. ábra

1. Mindhárom az 1, 2, és 3-as tételt külön lapra kell megoldani és ezeket titkosítani kell.
2. Egy tételen belül a követelményeket tetszőleges sorrendben lehet megoldani.
3. Munkaidő 3 óra a tételek kiosztásának pillanatától.
4. A diákok használhatnak nem programozható zsebszámológépet.
5. Minden tételt 1-től 10-ig osztályoznak. A végső pontszámot ezek összege jelenti.

azonos irányú (kollineárisak), a mozgás szintén harmónikus rezgőmozgás, mint a klasszikus mechanika esetében.

c) *Határozzátok meg* relativisztikus harmonikus rezgések periódusát:

$$T = 4 \cdot \int_0^A \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{v}},$$

ahol $d\,y$ az oszcillátor elemi elmozdulása az $\vec{y}$ kitérésű pontból t időpillanattól, $t + d\,t$ időpillanatig az elemi $d\,t$ időintervallumban, amikor a relativisztikus oszcillátor pillanatnyi v sebessége állandónak tekinthető.

Ismertek: a rezgések A amplitúdója; a fénysebesség légüres térben c.

d) *Oldjátok meg a* **c)** *alpont követelményét feltételezve a következő sajátos esetet*:

$$\frac{\frac{k \cdot A^2}{2}}{m_0 \cdot c^2} <<< 1.$$

Ismertek:

1) A rugó maximális alakváltozásának megfelelő helyzeti energia sokkal kisebb mint az oszcillátor nyugalmi energiája: $\frac{k \cdot A^2}{2} << m_0 \cdot c^2$; úgy, hogy $\frac{k}{4 \cdot m_0 \cdot c^2} \cdot \left(A^2 - y^2\right) << 1$;

Tehát

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{k}{4 \cdot m_0 \cdot c^2} \cdot (A^2 - y^2)}} = \left(1 + \frac{k}{4 \cdot m_0 \cdot c^2} \cdot \left(A^2 - y^2\right)\right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{k}{8 \cdot m_0 \cdot c^2} \cdot (A^2 - y^2);$$

ahol: A – az anyagi pont relativisztikus, harmonikus rezgéseinek amplitúdója; y – a relativisztikus harmonikus oszcillátor kitérése abban a t időpillanatban amikor a relativisztikus harmonikus oszcillátorsebessége v; c – a fény sebessége légüres térben;

2) $\int_0^A \frac{\mathrm{d}\,y}{\sqrt{A^2 - y^2}} = \frac{\pi}{2}$; $\int_0^A \sqrt{A^2 - y^2} \cdot \mathrm{d}\,y = \frac{\pi \cdot A^2}{4}$;

3) $\frac{k \cdot A^2}{2} << m_0 \cdot c^2$; $\frac{k^2}{16 \cdot m_0^2 \cdot c^4} \cdot (A^2 - y^2)^2 <<<< 1$ úgy, hogy $\frac{k^2}{16 \cdot m_0^2 \cdot c^4} \cdot (A^2 - y^2)^2 \approx 0.$

Javasolták:
Prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU*, Centrul Județean de Excelență, Brașov*
Prof . Cristian MIU*, Colegiul Național „Ion Minulescu” Slatina*
Prof. dr. Mihail SANDU*, Călimănești*
Coordonator: prof. Sorin TROCARU*, Liceul Teoretic „Aurel Vlaicu”, Breaza*