

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianța 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $2 \cdot (1,1+0,3) - 1,8 = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 4$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $f(a) = a \cdot f(0)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2-x} = \sqrt{x^2+x-1}$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea  $n^3 > 10$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,4)$ ,  $B(2,0)$  și  $C(8,2)$ . Determinați distanța dintre punctul  $A$  și mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 10$  și  $\sin B = \frac{2}{5}$ . Arătați că  $AC = 4$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $A(x) = \begin{pmatrix} 2+2x & x \\ -x & 2-2x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $A(2) \cdot A(1) + 3A(-2) = 16I_2$ .
- 5p** c) Determinați numărul întreg nenul  $m$  pentru care matricea  $B(m) = \frac{1}{m} A(-m)$  este inversa matricei  $A(m)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 3X^2 - 3X + a$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Pentru  $a = 1$ , arătați că  $f(-1) = 0$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $3x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_1x_2x_3 = 3$ , unde  $x_1$ ,  $x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p** c) Pentru  $a = 9$ , determinați rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 8}{e^x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x+2)(4-x)}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $-4e^2 \leq f(x) \leq e^3$ , pentru orice  $x \in [-3, 4]$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x + \frac{2 \ln x}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_2^3 \left( f(x) - \frac{2 \ln x}{x} \right) dx = 15$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^e (f(x) - 6x) dx = 1$ .

---

<b>5p</b>	<b>c)</b> Determinați numărul real $a$ pentru care $\int_1^{e^2} \left( \frac{f(x)}{x} + f'(x) \ln x \right) dx = af(e^2)$ .
-----------	--

---