

**Examenul național de bacalaureat 2025**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_mate-info***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$q = \frac{b_3}{b_2} = 5$ , unde $q$ este rația progresiei geometrice	<b>3p</b>
	$b_1 = \frac{b_2}{q} = 4$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(a) = 4a + 3$ , $g(a) = a - 3$ , pentru orice număr real $a$	<b>3p</b>
	$4a + 3 = a - 3$ , de unde obținem $a = -2$	<b>2p</b>
<b>3.</b>	$3^{2x+3} = 3^{x+2}$ , de unde obținem $2x + 3 = x + 2$	<b>3p</b>
	$x = -1$	<b>2p</b>
<b>4.</b>	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	<b>2p</b>
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 3 numere $n$ pentru care $\sqrt{n}$ este număr natural par, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$	<b>3p</b>
<b>5.</b>	$m_{OB} = \frac{1}{3}$	<b>2p</b>
	$m_{AC} = \frac{a-3}{3}$ și, cum $m_{OB} = m_{AC}$ , obținem $a = 4$	<b>3p</b>
<b>6.</b>	$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , de unde obținem $B = \frac{\pi}{4}$ , deci $AB = AC$	<b>3p</b>
	$\frac{AB \cdot AC}{2} = 32$ , de unde obținem $AC = 8$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$M(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$	<b>2p</b>
	$= 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 0$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$M(x) \cdot M(y) - xyI_3 = \begin{pmatrix} xy & 0 & -3x - 3y - 3 \\ 0 & xy & x + y + 1 \\ 0 & 0 & xy + x + y + 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} xy & 0 & 0 \\ 0 & xy & 0 \\ 0 & 0 & xy \end{pmatrix} =$	<b>3p</b>
	$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3(x + y + 1) \\ 0 & 0 & x + y + 1 \\ 0 & 0 & x + y + 1 \end{pmatrix} = (x + y + 1)M(0)$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$M(1) \cdot M(x) - M(2) \cdot M\left(\frac{x}{2}\right) = xI_3 + (x + 2)M(0) - xI_3 - \left(\frac{x}{2} + 3\right)M(0) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)M(0)$ , pentru orice număr real $x$	<b>3p</b>
	$\left(\frac{x}{2} - 1\right)M(0) = 2M(0)$ , de unde obținem $x = 6$	<b>2p</b>

<b>2.a)</b>	$1 * 3 = 5(1-1)(3-1) + 1 =$ $= 0 + 1 = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x * \frac{6}{5} = 5(x-1)\left(\frac{6}{5}-1\right) + 1 = x-1+1 = x$ , pentru orice număr real $x$  $\frac{6}{5} * x = 5\left(\frac{6}{5}-1\right)(x-1) + 1 = x-1+1 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = \frac{6}{5}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$\frac{m}{25} * n = n * \frac{m}{25} = \frac{6}{5}$ , de unde obținem $5\left(\frac{m}{25}-1\right)(n-1) + 1 = 5(n-1)\left(\frac{m}{25}-1\right) + 1 = \frac{6}{5}$ $(m-25)(n-1) = 1$ și, cum $m$ și $n$ sunt numere naturale, obținem perechile $(24,0)$ și $(26,2)$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{\left(2 + \frac{1}{x}\right) \cdot x - (2x - 2 + \ln x)}{x^2} =$ $= \frac{2x + 1 - 2x + 2 - \ln x}{x^2} = \frac{3 - \ln x}{x^2}, \quad x \in (0, +\infty)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2 + \ln x}{x \ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - 2 + \ln x)'}{(x \ln x)'} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 + \frac{1}{x}}{\ln x + 1} = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e^3$ ; pentru orice $x \in (0, e^3]$ , $f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $(0, e^3]$ și, pentru orice $x \in [e^3, +\infty)$ , $f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $[e^3, +\infty)$  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ , $f(e^3) = 2 + \frac{1}{e^3} \in (2, 3)$ și $f$ este continuă, deci cel mai mare număr întreg $m$ pentru care ecuația $f(x) = m$ are cel puțin o soluție este 2	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^2 f(x) e^x dx = \int_0^2 (x+4) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 4x\right) \Big _0^2 =$ $= 2 + 8 = 10$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x+4)(-e^{-x})' dx = (x+4)(-e^{-x}) \Big _0^1 - e^{-x} \Big _0^1 =$ $= -\frac{5}{e} + 4 - \frac{1}{e} + 1 = 5 - \frac{6}{e}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$I_n = \int_0^1 \frac{x^n e^x}{x+4} dx$ , de unde obținem $I_{n+1} + 4I_n = \int_0^1 \frac{(x^{n+1} + 4x^n) e^x}{x+4} dx = \int_0^1 x^n e^x dx$ , pentru orice număr natural nenul $n$  Cum $e^x \leq e$ , pentru orice $x \in [0, 1]$ , obținem $I_{n+1} + 4I_n \leq e \int_0^1 x^n dx = e \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 = \frac{e}{n+1}$ , pentru orice număr natural nenul $n$	<b>2p</b> <b>3p</b>