



Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapa județeană

08 martie 2025

X. osztály –H1 – Szakközép

1. Feladat

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x + x$ függvény.

- Igazold, hogy az $n = f(3 \log_2 5) - f(\log_2 500)$ kifejezés egy egész szám!
- Igazold, hogy az f függvény injektív!
- Oldd meg a $(0, \pi)$ intervallumon a $2^{\sin^2 x} - 2^{\cos^2 x} = \cos 2x$ egyenletet!

2. Feladat

Adott az $(1+i)x^2 - 2mx + m - i = 0, m \in \mathbb{R}$ egyenlet.

- Ha $m = 1$ oldd meg az egyenletet a komplex számok halmazán!
- Ha $m = -1$ és x_1 és x_2 az egyenlet gyökei, igazold, hogy az $\frac{1}{x_1^2 + x_1 - 2} + \frac{1}{x_2^2 + x_2 - 2}$ kifejezés egy valós szám!
- Határozd meg azokat az m valós számokat, amelyekre az egyenletnek van egy valós megoldása!

3. Feladat

- Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt{7+x} = 2$ egyenletet!
- Oldd meg a valós számok halmazán a $4(x-3)^{\log_6(x^2+11)} + 2(x^2+11)^{\log_6(x-3)} = 6(x-3)^2$ egyenletet!
- Határozd meg az $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_{0,01-x}(lg^2 x^2 + 12lgx + 8)$ függvény maximális értelmezési tartományát!

4. Feladat

Andrei és Bogdan ugyanabban az (egyenes) utcában laknak, az A és B házakban, amelyek affixumai $z_A = 1 - i$ és $z_B = -1 + i$.

- Határozd meg a két ház közötti távolságot!
- Cezar és Dan egy C és egy D házat szeretnének építeni az AB utca egyik és másik oldalán úgy, hogy a négy ház egy rombusz csúcsait képezzék, és a rombusz oldalának hossza egyenlő legyen az Andrei és Bogdan háza közötti távolsággal. Határozd meg a C és D pontok affixumait!
- Határozd meg az m valós számot tudva azt, hogy Marian-nak van egy M üzlete, amelynek affixuma $z_M = 5 + mi$, ugyanabban az utcában, ahol Andrei és Bogdan lakik úgy, hogy Andrei háza az üzlet és Bogdan háza között legyen ($M - A - B$ kollineáris pontok)!

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.