

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase und Sektorenphase der Stadt București, 2025****V-te Klasse**

Aufgabe 1. Im Robotikzirkel einer Schule arbeiten die Schüler in vollständige Mannschaften, die aus je drei Jungen und ein Mädchen bestehen. An einem Tag fehlten zwei Mädchen und ein Junge, so dass die Schüler in neue Mannschaften eingeteilt worden sind, so dass jede neue Mannschaft aus je einem Mädchen und vier Jungen bestand.

Wie viele Schüler nehmen am Robotikzirkel jener Schule Teil?

Aufgabe 2. Wir betrachten die Zahl $n = 2^x + 2^y + 2^z + 2^t$, wobei x, y, z, t verschiedene natürliche Zahlen sind. Wird die Zahl n durch 305 geteilt, so erhält man den Quotient 2^a und den Rest 0, wobei a eine natürliche Zahl ist.

Bestimmt den Rest der Teilung der Summe $a + x + y + z + t$ durch 5.

Gazeta Matematică

Aufgabe 3. Auf dem Bildschirm eines Computers erscheinen alle natürlichen Zahlen von 1 bis 2025. Ein Virus löscht ein Teil dieser Zahlen nach dem folgenden Algorithmus:

- im Schritt 1 wird eine der Zahlen auf dem Bildschirm zusammen mit ihrem Nachfolger gelöscht;

- In jedem neuen Schritt werden von denen auf dem Bildschirm verbliebenen Zahlen zwei Zahlen so gelöscht, so dass eine der beiden Zahlen der Nachfolger der anderen Zahl ist;

Der Algorithmus stoppt nach 674 Schritte.

a) Zeigt, dass die Summe der auf dem Bildschirm verbliebenen Zahlen nicht durch 6 teilbar ist.

b) Zeigt, dass das Produkt der auf dem Bildschirm verbliebenen Zahlen durch 6 teilbar ist.

Aufgabe 4. Andrei schreibt die Zahl 2025 als Summe 40 von Null verschiedener natürlichen Zahlen, die paarweise verschieden sind.

Bestimmt den kleinstmöglichen Wert, den die größte der 40 Zahlen haben kann.

Arbeitszeit 3 Stunden.

Jede Aufgabe wird mit 7 Punkte bewertet.