



Országos Matematikaolimpia
Megyei forduló - 2025. március 8.

VIII. OSZTÁLY

1. feladat. Adott az

$$A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ és } x + y + 1 = 0\} \quad \text{és}$$

$$B = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ és } x^3 + y^3 + 1 = 3xy\}$$

halmaz.

a) Igazold, hogy $A \subset B$.

b) Igazold, hogy a $B \setminus A$ halmaznak pontosan egy eleme van!

2. feladat. Oldd meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet:

$$x^2 + y^2 + xy(x - y) = 17.$$

Gazeta Matematică

3. feladat. Az x, y és z szigorúan pozitív számok teljesítik az alábbi egyenlőtlenségeket:

$$xy + 4 \leq 2(x + z), \quad yz + 4 \leq 2(y + x), \quad zx + 4 \leq 2(z + y).$$

Bizonyítsd be, hogy $x = y = z$.

4. feladat. Adott az $ABCD A'B'C'D'$ kocka. A BC és DD' szakaszon felvesszük az M illetve N pontot úgy, hogy $BM = DN$. Igazold, hogy az $A'M$ egyenes merőleges az $(AB'N)$ síkra!

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatra legfeljebb 7 pont szerezhető.