

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

iulie 2025

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră expresia $E(z) = z^2 + z \cdot |z| \cdot i - 4$, unde z este număr complex.
- 5p a) Arătați că $|E(m)| \geq 2\sqrt{2}$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Determinați numărul complex z pentru care $E(z) = z^2$.
- 5p c) Demonstrați că, dacă $\bar{z} \cdot E(z) = z \cdot E(\bar{z})$, unde \bar{z} este conjugatul numărului complex z , atunci z este număr real.
2. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC < AB$. Punctul D este simetricul punctului A față de dreapta BC , punctul E este proiecția punctului D pe dreapta AB , iar M este punctul de intersecție a dreptelor AD și BC și N este punctul de intersecție a dreptelor BC și DE .
- 5p a) Arătați că $EM = \frac{AB \cdot AC}{BC}$.
- 5p b) Arătați că segmentele AN și AC au lungimile egale.
- 5p c) Dreapta AN intersectează dreptele EM și BD în punctele P , respectiv Q , iar dreapta QM intersectează dreapta AC în punctul S . Demonstrați că punctul S este simetricul punctului P față de dreapta AD .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru o funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se definește pe mulțimea numerelor reale legea de compoziție $x \circ y = f(xy) - f(x+y)$.
- 5p a) Pentru $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 0$.
- 5p b) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care legea de compoziție „ \circ ” este asociativă.
- 5p c) Demonstrați că (\mathbb{R}, \circ) nu este grup, oricare ar fi funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$.
- 5p a) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f , în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p b) Demonstrați că funcția f este strict crescătoare.
- 5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 \frac{x^2}{f(x)} dx$. Arătați că
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(I_n + 2 \ln f\left(\frac{1}{n}\right) \right) = 2 \ln \left(1 - \frac{5}{2e} \right).$$

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VII-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a	
1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame	<ul style="list-style-type: none"> - Extragerea unei informații dintr-un tabel, grafic sau diagramă - Identificarea modului adecvat de reprezentare a unor date - Identificarea unor exemple de corespondențe matematice în contexte variate
2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora	<ul style="list-style-type: none"> - Prelucrarea statistică a unor date reprezentate în tabel - Reprezentarea unor date prin diagrame, grafice circulare sau grafice cu bare - Reprezentarea unor date în tabele cu una sau cu două intrări
3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora	<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor puncte având coordonatele numere reale - Analizarea unor seturi de date pentru a determina un mod adecvat de reprezentare grafică a acestora - Interpretarea unei informații extrase dintr-un tabel sau listă
4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor	<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea produsului cartezian a două mulțimi numerice finite - Evidențierea egalității între cardinalul produsului cartezian a două mulțimi finite și produsul cardinalelor celor două mulțimi - Exprimarea distanței dintre două puncte în plan ca lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic într-un sistem de axe ortogonale
5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretarea unor informații extrase dintr-un tabel/listă/grafic - Verificarea unor afirmații pe cazuri particulare prin construirea unor exemple și/sau contraexemple - Interpretarea reprezentării a două sau mai multor puncte într-un sistem de axe ortogonale, din punct de vedere geometric sau din punct de vedere al fenomenului asociat
6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)	<ul style="list-style-type: none"> - Construirea și interpretarea unor diagrame cu date din situații practice - Determinarea unor mulțimi finite atunci când se cunoaște reprezentarea geometrică a produsului lor cartezian - Rezolvarea unor probleme simple de geometrie pornind de la reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Organizarea datelor	3. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR <ul style="list-style-type: none"> • Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan • Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare „**Elemente de organizare a datelor**”, care să cuprindă cinci itemi: *un item de completare, un item cu răspuns scurt, un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme.*

Pentru fiecare item propus:

- menționați competența specifică evaluată;
- menționați activitatea de învățare în cadrul căreia ați utiliza acest item;
- precizați un avantaj al utilizării acestui tip de item;
- precizați un dezavantaj al utilizării acestui tip de item;
- respectați formatul tipului de item;
- respectați corectitudinea științifică, inclusiv a răspunsului așteptat.