

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Adott a $z_1 = 1 - i$ és a $z_2 = 2 + i$ komplex szám. Igazolja, hogy $2z_1 + iz_2 = 1$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $(f \circ f)(a) = 9$.
- 5p** 3. Oldja meg a $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = x$ egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p** 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám osztója legyen a 2^6 -nak!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0,1)$, $B(5,0)$, $C(6,3)$ és $D(a,b)$ pontok, ahol a és b valós számok. Határozza meg az a és b értékét, tudva azt, hogy az AC és a BD szakasznak ugyanaz a felezőpontja!
- 5p** 6. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben $AB = 2$ és $\operatorname{tg} B = 3$. Igazolja, hogy $BC = 2\sqrt{10}$

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} 2-3x & 0 & x \\ 0 & 2 & 0 \\ -9x & 0 & 2+3x \end{pmatrix}$ mátrix, ahol az x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 8$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $A(x) \cdot A(y) = 2A(x+y)$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p** c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $(A(x) + A(3x)) \cdot A(2x) = 4A(x^2)$
2. Adott az $f = aX^3 + 3X^2 - aX - 6$ polinom, ahol a nullától különböző valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f(1) = -3$, bármely nullától különböző a valós szám esetén!
- 5p** b) Az $a=1$ esetén határozza meg az f polinomnak a $g = X^2 + 3X - 1$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p** c) Határozza meg azt az a nullától különböző valós számot, amelyre $(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) = 1$, ahol x_1 , x_2 és x_3 az f polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln \frac{x}{x+2}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{2(x+1)^2}{x(x+2)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény ferde aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!
- 5p** c) Igazolja, hogy az f függvény bijektív!
2. Adott az $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_0^3 f(x)(x+1)^3 dx = 9$.

- | | |
|-----------|---|
| 5p | b) Igazolja, hogy $\int_0^1 \sqrt{f(x)(x+1)} dx = 1 - \ln 2$. |
| 5p | c) Igazolja, hogy annak a síkidomnak a területe, amelyet a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(e^x)}{e^x}$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, az $x = -1$ és az $x = 1$ egyenletű egyenesek határolnak, $\frac{e-1}{2(e+1)}$ -gyel egyenlő! |