

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 1 - i$ und $z_2 = 2 + i$. Zeige, dass $2z_1 + iz_2 = 1$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $(f \circ f)(a) = 9$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = x$.
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte, natürliche, zweistellige Zahl, Teiler der Zahl 2^6 ist.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(0,1)$, $B(5,0)$, $C(6,3)$ und $D(a,b)$, in dem kartesischen Koordinatensystem xOy wobei a und b reelle Zahlen sind. Bestimme die reellen Zahlen a und b , wenn die Strecken AC und BD dieselbe Mitte haben.
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , rechtwinklig in A mit $AB = 2$ und $\operatorname{tg} B = 3$. Zeige, dass $BC = 2\sqrt{10}$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} 2-3x & 0 & x \\ 0 & 2 & 0 \\ -9x & 0 & 2+3x \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1)) = 8$.
- 5p** b) Zeige, dass $A(x) \cdot A(y) = 2A(x+y)$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p** c) Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $(A(x) + A(3x)) \cdot A(2x) = 4A(x^2)$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = aX^3 + 3X^2 - aX - 6$, wobei a eine reelle von Null verschiedene Zahl ist.
- 5p** a) Zeige, dass $f(1) = -3$, für jede reelle von Null verschiedene Zahl a .
- 5p** b) Für $a = 1$, bestimme den Quotienten und den Rest der Division des Polynoms f durch das Polynom $g = X^2 + 3X - 1$.
- 5p** c) Bestimme die reelle, von Null verschiedene Zahl a so, dass $(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) = 1$, wobei x_1 , x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln \frac{x}{x+2}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{2(x+1)^2}{x(x+2)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .
- 5p** c) Beweise, dass die Funktion f bijektiv ist.

2. Gegeben ist die Funktion $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3}$.

5p a) Zeige, dass $\int_0^3 f(x)(x+1)^3 dx = 9$.

5p b) Zeige, dass $\int_0^1 \sqrt{f(x)(x+1)} dx = 1 - \ln 2$.

5p c) Zeige, dass der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = \frac{f(e^x)}{e^x}$, der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = -1$ und $x = 1$ gleich
 $\frac{e-1}{2(e+1)}$ ist.