

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Varianta 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe  $z_1 = 1 - i$  și  $z_2 = 2 + i$ . Arătați că  $2z_1 + iz_2 = 1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 3$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care  $(f \circ f)(a) = 9$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = x$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizor al numărului  $2^6$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,1)$ ,  $B(5,0)$ ,  $C(6,3)$  și  $D(a,b)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că segmentele  $AC$  și  $BD$  au același mijloc.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 2$  și  $\operatorname{tg} B = 3$ . Arătați că  $BC = 2\sqrt{10}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 2-3x & 0 & x \\ 0 & 2 & 0 \\ -9x & 0 & 2+3x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = 8$ .
- 5p** b) Arătați că  $A(x) \cdot A(y) = 2A(x+y)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(A(x) + A(3x)) \cdot A(2x) = 4A(x^2)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = aX^3 + 3X^2 - aX - 6$ , unde  $a$  este număr real nenul.
- 5p** a) Arătați că  $f(1) = -3$ , pentru orice număr real nenul  $a$ .
- 5p** b) Pentru  $a = 1$ , determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $g = X^2 + 3X - 1$ .
- 5p** c) Determinați numărul real nenul  $a$  pentru care  $(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3) = 1$ , unde  $x_1$ ,  $x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \ln \frac{x}{x+2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2(x+1)^2}{x(x+2)}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că funcția  $f$  este bijectivă.
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^3 f(x)(x+1)^3 dx = 9$ .

- |           |  |
|-----------|--|
| <b>5p</b> | <b>b)</b> Arătați că $\int_0^1 \sqrt{f(x)(x+1)} dx = 1 - \ln 2$ .  |
| <b>5p</b> | <b>c)</b> Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = \frac{f(e^x)}{e^x}$ , axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 1$ este egală cu $\frac{e-1}{2(e+1)}$ . |