

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Varianta 1

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Igazolja, hogy  $\frac{1}{10} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = 1$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 6x - 3$  függvény. Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $f(2) = a + f(0)$ .
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán az  $5^{2x} = 5^{3-x}$  egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy az  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  halmazból véletlenszerűen kiválasztott  $n$  szám esetén teljesüljön a  $6n > 25$  egyenlőtlenség!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(2, 0)$ ,  $B(2, 1)$  és  $C(6, 4)$  pontok. Határozza meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $BC = a \cdot AB$ .
- 5p 6. Adott az  $MNP$ ,  $M$ -ben derékszögű háromszög, amelyben  $MN = 4 \cdot MP$  és  $MN = 8$ . Igazolja, hogy az  $MNP$  háromszög területe 8.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\det A = 1$ .
- 5p b) Határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $3A - 5I_2 = xB$ .
- 5p c) Határozza meg azoknak az  $x$  valós számoknak a halmazát, amelyekre  $\det(A \cdot (B - A) + xI_2) \leq 2$ .
2. Adott az  $f = X^3 - 3X^2 + X + m$  polinom, ahol  $m$  valós szám.
- 5p a) Az  $m = 1$  esetén igazolja, hogy  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Határozza meg azt az  $m$  valós számot, amelyre  $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 + x_1x_2x_3$ , ahol  $x_1$ ,  $x_2$  és  $x_3$  az  $f$  polinom gyökei!
- 5p c) Tudva azt, hogy az  $f$  polinomnak az  $X - 2$  polinommal való osztási maradéka  $-5$ , igazolja, hogy  $f$  osztható az  $X^2 + 1$  polinommal!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-2}{e^x}$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{3-x}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képének  $x = 0$  abszcisszájú pontjában az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Igazolja, hogy  $-e^{x-1} \leq x - 2 \leq e^{x-3}$ , bármely  $x \in [1, 4]$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 4x + 8$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 8) dx = 2$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $\int_0^8 \frac{x}{f(x) - 4x} dx = \ln 3$ .

---

<b>5p</b>	c) Határozza meg azt az $a \in (0, +\infty)$ értéket, amelyre $\int_0^a \frac{1}{f(x)-4} dx = \frac{1}{4}$ .
-----------	--