

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

5p	1. Ha az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladványban $a_1 = 4$ és $a_2 = 15$, határozza meg a haladvány a_3 tagját!
5p	2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(a) + f(2) = 2a$.
5p	3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2 + x)$ egyenletet!
5p	4. Határozza meg, hogy az $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ halmaz elemeivel hány darab páros, különböző számjegyekből álló kétjegyű természetes szám képezhető!
5p	5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0, 5)$, $B(8, 4)$ pontok és az OB szakasz C felezőpontja. Igazolja, hogy $AO = AC$.
5p	6. Az A -ban derékszögű ABC háromszögben $AB = 4$ és $\cos B = \frac{2}{3}$. Igazolja, hogy $BC = 6$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

	1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixok
5p	a) Igazolja, hogy $\det A = 2$.
5p	b) Igazolja, hogy a $B = \frac{1}{2}(I_2 - A)$ mátrix az A mátrix inverz mátrixa!
5p	c) Határozza meg azt az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $(A - I_2) \cdot X = 2A$.
	2. Az $M = [0, +\infty)$ halmazon értelmezzük az $x * y = x + y - \sqrt{xy}$ műveletet.
5p	a) Igazolja, hogy $1 * 4 = 3$.
5p	b) Határozza meg azokat az $x \in M$ elemeket, amelyekre teljesül az $x * (9x) = x^2$ egyenlőség!
5p	c) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $2^x * 2^{x+2} = 6^x$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

	1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + x + 2}$ függvény.
5p	a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{-3x^2 - x + 2}{(x^2 + x + 2)^2 \sqrt{x}}$, $x \in (0, +\infty)$.
5p	b) Határozza meg az f függvény grafikus képének vízszintes aszimptotáját a $+\infty$ felé!
5p	c) Határozza meg azt az $a \in (0, +\infty)$ értéket, amelyre az f függvény grafikus képéhez az $A(a, f(a))$ pontban húzott érintő párhuzamos az Ox tengellyel!
	2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x + 3$ függvény.
5p	a) Igazolja, hogy $\int_0^2 (f(x) - 3x - 3) dx = 4$.
5p	b) Igazolja, hogy $\int_0^1 \frac{1}{(f(x) - x^3)^2} dx = \frac{1}{18}$.

- 5p** | c) Határozza meg azt az m valós számot, amelyre $\int_1^e \frac{f(x)-3}{x^2} \cdot \ln x dx = \frac{e^2 + m}{4}$.