

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(4 - 5i) + 5i(3 + 2i) = 2$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 4$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $(g \circ f)(1) = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(6x - x^2) = \log_2(4 + x)$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{3, 4, 5, 7, 9\}$. Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea A .
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 2)$ și $B(6, 4)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $2\overline{AC} = \overline{OB}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 4$ și raza cercului circumscris egală cu 4. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $8\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 2a \\ a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax + y + 2az = a + 1 \\ ax + y = 0 \\ x + y - az = -1 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 4$.
- 5p b) Pentru $a = 1$, arătați că sistemul de ecuații are o infinitate de soluții.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care sistemul de ecuații are soluția unică (x_0, y_0, z_0) și $x_0 = a$.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 3X^3 + X^2 - 2X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 3$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați numerele reale m pentru care $(x_1 x_2 x_3 x_4)^2 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1$, unde x_1, x_2, x_3 și x_4 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = 0$, determinați numerele reale a pentru care restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - a$ este egal cu a .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 6}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x^2 - 4)}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $f(7x) - f(x) \leq 2\sqrt{2}$, pentru orice $x \in [0, 1]$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 1 + e^{2x}$.

5p a) Arătați că $\int_0^3 (f(x) - e^{2x}) dx = 24$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 4x(f(x) - 3x^2 + 1) dx = e^2 + 1$.

5p c) Demonstrați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x \frac{f(t)}{t+1} dt = 1$.