

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

15 iulie 2025

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + (3m+1)x + m - 1$ és a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x^2 - x + 1$ függvény, ahol m valós szám.
- 5p a) Határozza meg az m valós számot, amelyre $(f \circ g)(1) = 12$.
- 5p b) Határozza meg az m egész számot, amelyre az $y = -9x - 4$ egyenletű egyenes a $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) + g(x)$ függvény grafikus képének érintője!
- 5p c) Határozza meg azon m valós számok halmazát, amelyekre $\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < 1$, bármely x valós szám esetén!
2. Adott az ABC háromszög. Az M és N pont az AB , illetve AC szakasz felezőpontja, valamint G a BN és CM egyenesek metszéspontja. A G ponton át a BC egyenessel párhuzamos egyenes metszi az AB és AC oldalakat az E , illetve az F pontban. Az AB és AC egyenesekhez a G ponton át húzott párhuzamos egyenesek a BC egyenest a P , illetve a Q pontban metszik.
- 5p a) Igazolja, hogy a G pont az EF szakasz felezőpontja!
- 5p b) Igazolja, hogy $PQ = \frac{BC}{3}$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy az AG , EP és FQ összefutó egyenesek!.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f = X^4 - 2aX^3 + (3a^2 + 2)X^2 + 2X + 4$ polinom, amelynek gyökei x_1 , x_2 , x_3 és x_4 , ahol a valós szám.
- 5p a) Határozza meg az a valós számot, amelyre a $z = i$ komplex szám az f polinom gyöke!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy bármely a valós szám esetén az f polinomnak legfeljebb két valós gyöke lehet!
- 5p c) Határozza meg az a valós számot, amelyre $\frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1} + \frac{1}{x_3 + 1} + \frac{1}{x_4 + 1} = 2$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$ függvény.
- 5p a) Határozza meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 5p b) Határozza meg az $a \in (0, +\infty)$, amelyre az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = -a$ és $x = a$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe egyenlő 8.
- 5p c) Minden n nemnulla természetes szám esetén adott az $I_n = \int_{-1}^1 (f(x))^n dx$ szám. Számítsa ki:
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VII. osztály matematika tantervének egy részlete látható

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a	
1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date	<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea elementelor unui cerc pe configurații geometrice date - Identificarea unor proprietăți ale arcelor, coardelor și a diametrului perpendicular pe o coardă - Identificarea poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc	<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea măsurii unghiurilor unui poligon regulat - Reprezentarea prin desen a configurațiilor geometrice care conțin un cerc și elementele sale folosind instrumente geometrice - Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a reprezenta prin desen poligoane regulate înscrise în cerc
3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea unor proprietăți ale arcelor, coardelor și/sau a diametrului perpendicular pe o coardă în rezolvarea unor probleme - Rezolvarea unor probleme practice de determinare a unor lungimi sau distanțe folosind raza cercului (de exemplu, calcularea numărului de rotații complete ale roții unui automobil folosind distanța parcursă) - Rezolvarea unor probleme folosind proprietățile tangentelor duse dintr-un punct exterior la un cerc
4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic	<ul style="list-style-type: none"> - Descrierea în limbaj matematic a unor relații (congruență, paralelism, perpendicularitate) între elemente ale unor configurații geometrice - Utilizarea instrumentelor geometrice pentru construirea unor configurații geometrice referitoare la cerc - Identificarea unor cazuri particulare și evidențierea unor proprietăți în configurații geometrice referitoare la cerc și poligoane regulate
5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice	<ul style="list-style-type: none"> - Stabilirea unor metode adecvate pentru construcția poligoanelor regulate - Analizarea poziției relative a unei drepte față de un cerc în funcție de numărul punctelor de intersecție dintre dreaptă și cerc - Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate în probleme de mișcare
6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri	<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea unor situații practice care necesită folosirea proprietăților cercului sau ale poligoanelor - Optimizarea metodelor de rezolvare a unor probleme de geometrie utilizând proprietăți ale cercului sau ale poligoanelor - Observarea diferenței dintre condițiile necesare și cele suficiente în contexte geometrice referitoare la cerc

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	5. CERCUL <ul style="list-style-type: none"> • Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți: la arce congruente corespund coarde congruente și reciproc, diametrul perpendicular pe o coardă, arce cuprinse între coarde paralele, coarde egal depărtate de centru; tangente dintr-un punct exterior la un cerc • Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri) • Lungimea cercului și aria discului

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Felhasználva a fenti részletben található információkat, dolgozzon ki egy zárófelmérőt, amellyel a megjelölt sajátos kompetenciák kialakulását/fejlődését méri a „**Kör**” tanulási egység végén. A felmérő tartalmazzon öt itemet: egy *kiegészítő*-, egy *rövid válasz*os-, egy *feleletválasztó*-, egy *strukturált kérdés* típusú és egy *feladatmegoldó* típusú itemet.

Minden javasolt item esetén:

- nevezze meg a felmériendő sajátos kompetenciát;
- nevezze meg azt a tanulási tevékenységet, amelynek keretén belül ez az item alkalmazható;
- írja le ezen típusú item alkalmazásának egy előnyét;
- írja le ezen típusú item alkalmazásának egy hátrányát;
- tartsa be az itemtípus formai követelményét;
- tartsa be a tudományos helyességet, beleértve a várható választ is.