

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2\sqrt{2}(3+\sqrt{2})+3(1-2\sqrt{2})=7$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=3x-10$. Determinați numărul real a pentru care $f(2a)=f(a)-3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x^2-6x+5}=x\sqrt{3}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor cel mult egală cu 3.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,5)$ și $C(6,0)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic în A .
- 5p** 6. Se consideră expresia $E(x)=\cos x\cdot\sin 3x-\sin 2x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} 2x+1 & 0 \\ 4x & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1))=6$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(-2)\cdot A(1)-4I_2=A(x)$.
- 5p** c) Demonstrați că $\det\left(A(x)+A\left(\frac{1}{x}\right)-2I_2\right)\geq 8$, pentru orice număr real nenul x .
- 5p** 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x^2-xy-x+2y+1$.
- 5p** a) Arătați că $1\circ 1=2$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x\circ(2x)=1$.
- 5p** c) Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m\circ n=m$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x)=\frac{3x^2-x-2}{2x\sqrt{x}}$, $x\in(0,+\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x\rightarrow 1}\frac{\sqrt{x}\cdot f'(x)}{5x-5}=\frac{1}{2}$.
- 5p** c) Determinați imaginea funcției f .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+x)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{5}{6}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=e(2e-1)$.

5p | c) Determinați numărul real a pentru care $\int_2^4 \frac{xf(x)}{f(x-1)} dx = ae(5 + \ln 3)$.